De wet van Hooke

Elastische vervorming

Als een mteriaal, uitgaande dat de materiaalspanning beneden de elasticiteitsgrens σ_E blijft, op trek of druk belasten, heeft dit in het materiaal een elastische verlenging of verkorting tot gevolg.
Als deze belasting wordt weggenomen, dan komt het materiaal weer in zijn oorspronkelijke vorm terug.

Robert Hooke (1678) heeft een formule samengesteld, waarmee we de elastische verlenging of verkorting kunnen berekenen, (Zie Wikipedia).

Voor het opstellen van deze formule wordt er vanuit gegaan dat een staaf, welke wordt belast door een trekkracht F over de gehele lengte l een constante doorsnede A heeft. De verlenging of verkorting van de staaf welke wordt veroorzaakt de kracht F wordt Δl.genoemd.

Bij opstelling van de formule is Hooke van de volgende veronderstellingen uit gegaan:

1e. De *verlenging Δl is evenredig met de belasting F.*
M.a.w. als F tweemaal zo groot wordt, dan wordt de elastische verlenging ook tweemaal zo groot.

2e. De *verlenging Δl is evenredig met de staaflengte l.*
M.a.w. als de staaflengte bij dezelfde belasting F tweemaal zo groot wordt genomen, dan wordt ook de elastische verlenging tweemaal zo groot.

3e. De *verlenging Δl is omgekeerd evenredig met de staafdoorsnede A.*
M.a.w. als de staafdoorsnede bij dezelfde belasting F en staaflengte l tweemaal zo groot wordt genomen, dan wordt de elastische verlenging de helft.
In formulevorm krijgen we:
$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{A}$$

Elasticiteitsmodulus

Als we de uitkomst van deze formule gaan bekijken, dan blijkt deze voor b.v. staal $21 \cdot 10^4$ maal te groot te zijn.
De praktische verlenging van een stalen staaf vinden we door de uitkomst van: $\frac{F \cdot l}{A}$ te delen door $21 \cdot 10^4$ (N/mm^2).

Voor andere materialen kan de juiste verlenging worden gevonden door de uitkomst van $\frac{F \cdot l}{A}$ te delen door de voor dat materiaal geldende waarde.
Deze waarde wordt de elasticiteitsmodulus genoemd, en wordt aangeduid met de letter E.

De Wet van Hooke kan geschreven worden als:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{A \cdot E}$$

Uit het voorgaande weten we dat:

$$\sigma_t = \frac{F}{A}$$

Dit ingevuld in de formule van Hooke geeft:

$$\Delta l = \sigma_t \cdot \frac{l}{E}$$

Dit kan ook geschreven worden als:

$$\frac{\Delta_l}{l} = \frac{\sigma_t}{E}$$

Elasticiteitmodulus diversen materialen

materiaalsoort	*E* in N/mm^2
staal	200.000-215.000
koper	125.000
aluminium	74.000
gietijzer	30.000-140.000

Aan de hand van bovenstaande formule, en het tabel kunnen we schrijven dat:
$E = \sigma_t \cdot \frac{l}{\Delta_l}$

Als we stellen dat $\Delta_l = l$ (dit kan in werkelijkheid nooit voorkomen), dat zou betekenen:
$\frac{l}{\Delta_l} = 1$

Als het bovenstaande zo zou zijn dan is: $E = \sigma_t$.

Per definitie kan worden gezegd dat de elasticiteitsmodulus een denkbeeldige spanning is, zou optreden als een *staaf* tot *zijn dubbele lengte elastisch zouden uittrekken* (dit is alleen mogelijk bij elastiek, een stalen staaf breekt reeds bij 20-30% verlenging).

Specifieke verlenging

$\frac{\Delta_l}{l} = \varepsilon$

Deze waarde ε $(epsilon)$ wordt de specifieke verlenging genoemd, en is een onbenoemd getal.

$\frac{\Delta_l}{l} = \frac{mm}{mm}$

Ook geldt dat:

$\varepsilon = \frac{\sigma_t}{E}$

Voorbeeld

Geg.: Een stalen staaf heeft een lengte van $1000mm$ de diameter van deze stalen staaf is $20mm$. Deze stalen staaf wordt belast met een trekkracht van $30kN$.

Gevr.: Bereken de elastische verlenging van deze stalen staaf als $E = 21 \cdot 10^4 N/mm^2$.*E* = 21 x 10^4

Opl.:

$$A = \frac{1}{4}\pi d^2 \Rightarrow$$

$$A = \frac{1}{4}\pi \cdot 20^2 \Rightarrow$$

$$A = \underline{314{,}16mm^2}$$

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{A \cdot E} \Rightarrow$$

$$\Delta l = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 1000}{314{,}16 \cdot 21 \cdot 10^4} \Rightarrow$$

$$\Delta l = \underline{\underline{0{,}455mm}}$$

A.F

Opgaven

1. Geg.: Een stalen staaf met een lengte van $2m$ wordt belast met een kracht van$10kN$.
De doorsnede van de stalen staaf is $3cm^2$.
De elasticiteitmodulus $E = 21 \cdot 10^4 N/mm^2$.

   Gevr.: Bereken de elastische verlenging van deze stalen staaf.

2. Geg: Een $500mm$ lange staaf heeft een vierkante doorsnede van $20\ X\ 20\ mm$
en wordt op trek belast.
De verlenging is $0{,}2mm$, $E = 21 \cdot 10^4 N/mm^2$.

   Gevr: a. De optredende trekspanning.
   b. De op de staaf werkende trekkracht.

A.F