

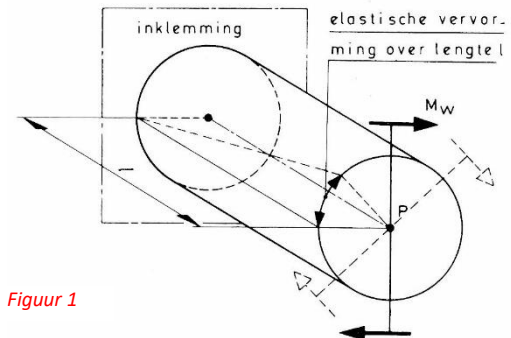
Wringen

Alleen een koppel veroorzaakt zuiver wringen, zie fig. 1. De as in fig. 1 is aan het uiteinde ingeklemd, terwijl op het vrije uiteinde een koppel werkt.

Wringend moment

Het moment van dit koppel is M_w en wordt het wringend moment genoemd. Dit moment zal de as, zoals in fig. 1 is aangegeven, elastisch vervormen.

Het koppel zal proberen de as in iedere doorsnede af te schuiven.



Figuur 1

Het verband tussen materiaalspanningen en afstand tot hart as.

Uit fig. 1 volgt dat de elastische vervorming van de as, gerekend vanaf de hartlijn, evenredig toeneemt met de straal. Hetzelfde geldt dus ook voor de in iedere doorsnede van de as optredende schuifspanningen. Deze spanningen worden wringspanningen genoemd, ze worden aangeduid met τ_w .

Neutrale as

De hartlijn van de as is spanningsloos, en daardoor neutraal, zie fig. 2.

Inwendige materiaalweerstand

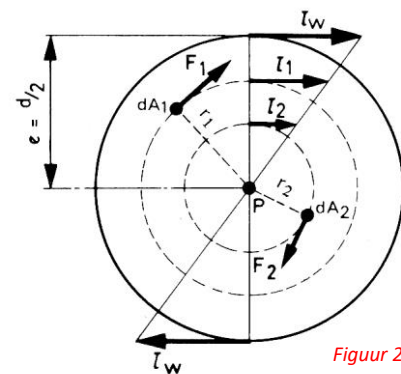
De schuifspanning τ_w , zie fig. 2 werkt alleen op de straal r_1 . Op een grotere straal is de wringspanning groter dan τ_1 , op een kleinere straal is de wringspanning kleiner dan τ_1 . Willen we de kracht op vlakje dA_1 , zie fig. 2 berekenen, dan mag τ_1 hiervoor worden gebruikt, als dit vlakje oneindig klein wordt genomen.

De kracht op dit vlakje is dan gelijk aan:

$$F_1 = dA_1 \cdot \tau_1$$

Op het oneindig kleine vlakje dA_2 werkt een kracht van:

$$F_2 = dA_2 \cdot \tau_2$$



Figuur 2

Het wringend moment M_w moet door de getekende doorsnede worden over- gebracht en is gelijk aan:

$$M_w = F_1 \cdot r_1 + F_2 \cdot r_2 + F_3 \cdot r_3 + F_4 \cdot r_4 + \text{enz.}$$

Uit fig. 2 volgt ook dat:

$$\tau_w \cdot e = \tau_1 \cdot r_1 \Rightarrow$$

$$\tau_1 = \frac{\tau_w \cdot r_1}{e}$$

Dan geldt ook dat:

$$\tau_2 = \frac{\tau_w \cdot r_2}{e} \text{ en } \tau_3 = \frac{\tau_w \cdot r_3}{e} \text{ en } \tau_4 = \frac{\tau_w \cdot r_4}{e} \text{ enz.}$$

Uit het voorgaande weten we dat:

$$F_1 = dA_1 \cdot \tau_1 \Rightarrow$$

$$F_1 = dA_1 \cdot \frac{\tau_w \cdot r_1}{e} \text{ en } F_2 = dA_2 \cdot \frac{\tau_w \cdot r_2}{e} \text{ en } F_3 = dA_3 \cdot \frac{\tau_w \cdot r_3}{e} \text{ en } F_4 = dA_4 \cdot \frac{\tau_w \cdot r_4}{e} \text{ enz.}$$

Ook is:

$$M_w = F \cdot r$$

Door dit in te vullen vinden we:

$$M_w = dA_1 \cdot \frac{\tau_w \cdot r_1}{e} \cdot r_1 + dA_2 \cdot \frac{\tau_w \cdot r_2}{e} \cdot r_2 + dA_3 \cdot \frac{\tau_w \cdot r_3}{e} \cdot r_3 + dA_4 \cdot \frac{\tau_w \cdot r_4}{e} \cdot r_4 + \text{enz.}$$

OF

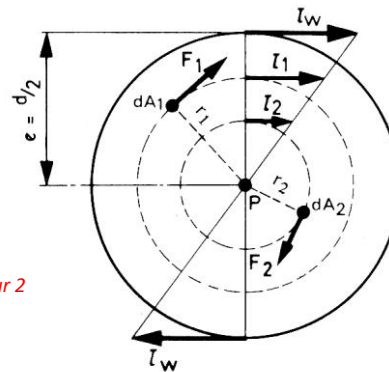
$$M_w = \frac{\tau_w}{e} (dA_1 \cdot r^2 + dA_2 \cdot r^2 + dA_3 \cdot r^2 + dA_4 \cdot r^2 + \text{enz.}).$$

Voor:

$$(dA_1 \cdot r^2 + dA_2 \cdot r^2 + dA_3 \cdot r^2 + dA_4 \cdot r^2 + \text{enz.})$$

schrijven we:

$$\sum dA \cdot r^2.$$



Figuur 2

e is de uiterste vezelafstand van de neutrale laag tot de uiterste materiaalvezels, zie fig. 2

Uit het voorgaande weten we dat $\sum dA \cdot r^2$ het eigen polair traagheidsmoment van de ronde doorsnede is.

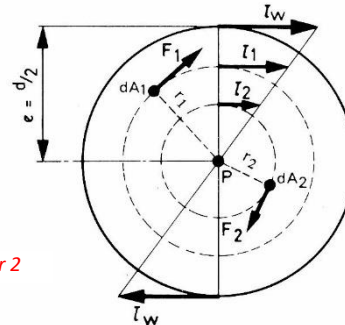
Uit fig. 2 volgt dan dat:

$$\sum dA \cdot r^2 = I_p$$

Hieruit volgt dan ook dat:

$$M_w = \frac{\tau_w}{e} \cdot I_p = \frac{I_p}{e} \cdot \tau_w.$$

Figuur 2



$\frac{I_p}{e}$ wordt het weerstandsmoment tegen wringen genoemd (W_w)

$$W_w = \frac{I_p}{e}$$

Het weerstandsmoment tegen wringen is gelijk aan het polair traagheidsmoment van de doorsnede, gedeeld door de uiterste vezelafstand. Het polair traagheidsmoment van een ronde doorsnede t.o.v. het middelpunt is gelijk, zoals uitgelegd in het voorgaande, aan:

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$$

Het weerstandsmoment tegen wringen van een ronde doorsnede is gelijk aan:

$$W_w = \frac{I_p}{e} \Rightarrow$$

$$W_w = \frac{\frac{\pi}{32} \cdot d^4}{\frac{1}{2} \cdot d} \Rightarrow$$

$$W_w = \frac{\pi}{16} \cdot d^3$$

Als we π afronden op 3,2 vinden we:

$$W_w = 0,2 \cdot d^3$$

Wringingsformule

Uit het voorgaande is te zien dat:

$$M_w = W_w \cdot \tau_w$$

Deze formule noemen we de wringingsformule.

τ_w is de maximaal optredende wringspanning.

De toelaatbare wringspanning wordt aangeduid met $\bar{\tau}_w$.

Voorbeeld 1

Geg: In een as met een diameter van 100mm treedt een maximale wringspanning op van 60N/mm^2 .

Gevr: Bereken het wringend moment van deze as.

Opl: $M_w = W_w \cdot \tau_w \Rightarrow$

$$M_w = \frac{\pi}{16} d^3 \cdot \tau_w \Rightarrow$$

$$M_w = \frac{\pi}{16} \cdot (100\text{mm})^3 \cdot 60\text{N/mm}^2 \Rightarrow$$

$$M_w = \underline{\underline{11780,9\text{Nm}}} = \underline{\underline{11,8 \cdot 10^3\text{Nm}}}$$

Voorbeeld 2

Geg: Op een as werkt een wringend moment van 8000Nm
De toelaatbare wringspanning is 50N/mm^2 .

Gevr: Bereken de diameter van deze as.

Opl: $M_w = W_w \cdot \tau_w \Rightarrow$

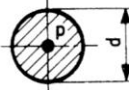
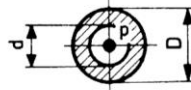
$$M_w = \frac{\pi}{16} d^3 \cdot \tau_w \Rightarrow$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{8000 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi \cdot 50}} \Rightarrow$$

$$d = \underline{\underline{93,4\text{mm}}}$$

In [tabel 1](#) zijn polaire traagheidsmomenten en weerstandsmomenten wringen van div. doorsneden weergegeven.

Tabel 1

doorsnede	polair traagheids- moment	weerstandsmoment wringen
	$I_p = \frac{\pi}{32} \times d^4$ of: $I_p = \frac{1}{10} \times d^4$	$W_w = \frac{\pi}{16} \times d^3$ of: $W_w = 0,2 \times d^3$
	$I_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ of: $I_p = \frac{1}{10} (D^4 - d^4)$	$W_w = \frac{\pi}{16} \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right)$ of: $W_w = 0,2 \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right)$

Raadpleeg tabellenboeken
en of internet voor meer
informatie

Opgaven

1. Geg: Op een as met een diameter van 80mm werkt een wringend moment van 6000Nm .
Gevr: Bereken de optredende wringspanning.
2. Geg: Een as heeft een diameter van 60mm .
Gevr: a. I_p .
b. W_w .
3. Geg: Een as heeft een I_p van $1200 \cdot 10^4\text{mm}^4$.
Gevr: Bereken de diameter van de as.
4. Geg: Op een as werkt een M_w van 4000Nm , $\bar{\tau}_w = 40\text{N/mm}^2$.
Gevr: Bereken de asdiameter.
5. Geg: Van een holle as is de buitendiameter gelijk aan tweemaal de inwendige diameter. Het wringend moment is 8000Nm en $\bar{\tau}_w = 40\text{N/mm}^2$.
Gevr: Bereken de uit- en inwendige diameter van deze as.
6. Geg: Een as heeft een diameter van 120mm .
De optredende wringspanning $\tau_w = 39\text{N/mm}^2$.
Gevr: Bereken het optredende wringend moment.
7. Geg: Een holle as heeft een uitwendige diameter van 150mm en een inwendige diameter van 110mm .
De optredende wringspanning $\tau_w = 37,5\text{N/mm}^2$.
Gevr: Bereken het optredende wringend moment in Nm.
8. Geg: Op een holle as werkt een wringend moment $M_w = 12000\text{Nm}$.
De buitendiameter is 120mm , en de inwendige diameter is 80mm .
Gevr: Bereken de optredende wringspanning.

9. Geg: Een as met een diameter van 90mm heeft plaatselijk een verschaald gedeelte met een diameter van 75mm . $\bar{\tau}_w = 40\text{N/mm}^2$.
- Gevr: a. Bereken het toelaatbare wringend moment in Nm.
b. Bereken de optredende wringspanning in het niet verschaalde gedeelte.
10. Geg: Op een holle as werkt een wringend moment $M_w = 9000\text{Nm}$.
De inwendige diameter is gelijk aan $\frac{2}{3}$ van de uitwendige diameter.
 $\bar{\tau}_w = 40\text{N/mm}^2$.
- Gevr: Bereken zowel de uitwendige als de inwendige diameter.

A.F.

Afleiding formule voor berekening van het wringend moment

Onder arbeid wordt verstaan:

Kracht maal de door die kracht in de richting van zijn werklijn afgelegde weg. $W = F \cdot s$.

De kracht wordt uitgedrukt in N (Newton) en de afgelegde weg in m (meter).

Arbeid wordt dus dan uitgedrukt in Nm .

Vermogen

Onder vermogen verstaat we de arbeid per tijdseenheid.

Een vermogen van $1Nm/s = 1W$ (Watt).

De askoppeling in fig. 3 brengt een vermogen over van:
 P (W) bij n (omw/s).

De bouten in de koppeling in fig. 3 brengen gezamenlijk een totaalcracht van F van de ene koppelingshelft over op de andere koppelingshelft.

Deze kracht F werkt op een afstand r vanaf het hart van de as.
Het door F veroorzaakte wringend moment is t.o.v. het hart van de as dus gelijk aan:

$$M_w = F \cdot r.$$

Bij 1 asomwenteling legt F een weg af van $2 \cdot \pi \cdot r$. Volgens het voorgaande verricht F hierbij een arbeid van:

$$W = F \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \text{ [Nm = J]}$$

Per seconde verricht F dus een arbeid van:

$$F \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n \text{ [J]}$$

Of een vermogen van:

$$P = F \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot n \text{ [J/s = W]}$$

In de formule wordt:

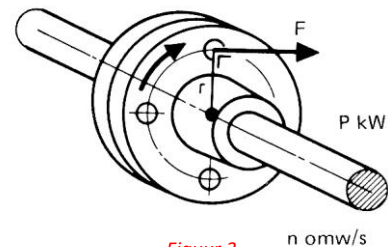
F in N

r in m

n in omw/s

P in W

uitgedrukt.



Figuur 3

Deze formule kunnen we ook schrijven als:

$$P = F \cdot r \cdot 2 \cdot \pi \cdot n.$$

$$M_w = F \cdot r.$$

Er kan dan ook geschreven worden dat:

$$P = M_w \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$$

OF

$$M_w = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n}$$

De eenheden in de formule zijn: M_w in Nm, P in W en n in omw/s.

Uit de formule kunnen we opmaken dat het wringend moment sterk afhankelijk is van het toerental.

Voorbeeld

Geg: $P = 20kW$.
 $n = 2000omw/min$.

Gevr: Bereken M_w .

Opl:

$$M_w = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n} \Rightarrow$$

$$M_w = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 2000} \Rightarrow$$

$$M_w = \underline{\underline{95,5Nm}}$$

Als het vermogen hetzelfde blijft, maar het toerental zakt naar $20omw/min$ dan vinden we voor het wringend moment:

$$M_w = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n} \Rightarrow$$

$$M_w = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 20} \Rightarrow$$

$$M_w = \underline{\underline{9549,3Nm}}$$

Bij hetzelfde vermogen zal de as in het tweede geval dus een 100 maal zo groot wringend moment overbrengen als in het eerste geval.

Hoe hoger het toerental is hoe lichter kan er dus worden geconstrueerd.

Na het voorgaande zal het duidelijk zijn geworden dat bij opgave van een vermogen ook altijd het toerental moet worden gegeven.

Een vermogen zonder toerental is voor sterkteberekeningen dan ook onvoldoende.

A.F.

Verbindingen van naven op assen

De kracht F_1 op de hefboom in fig. 4. heeft t.o.v. de ashartlijn een moment van $F \cdot b$. Dit moment kan alleen op de as worden overgebracht als door de hefboomnaaf een kracht F op de as omtrek wordt uitgeoefend.

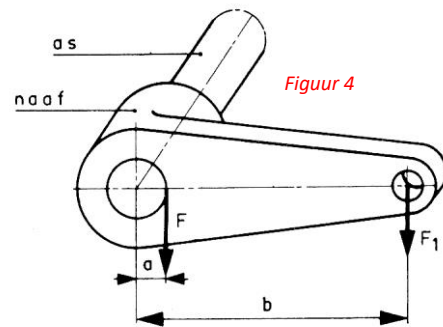
Het moment wordt overgebracht als:

$$F \cdot a = F_1 \cdot b.$$

Aan de omtrek van de as moet dus een kracht worden uitgeoefend van:

$$F = \frac{F_1 \cdot b}{a}$$

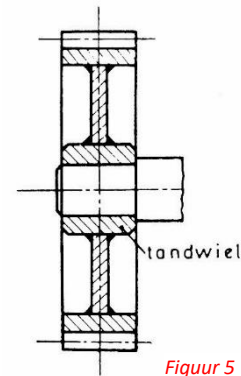
Nb. de kracht F werkt niet op de hefboom maar op de as, zie fig. 1



In het volgende zal worden nagegaan op welke manieren deze kracht F kan worden verkregen:

a. Door wrijving.

In fig. 5 wordt de kracht F verkregen door wrijving tussen de as en de naaf van het tandwiel. Voldoende wrijving ontstaat door het tandwiel met een perspassing of door krimpen op de as te bevestigen. In beide gevallen heeft de as dan een grotere diameter dan het naafgat. In het eerste geval wordt de as in de naaf geperst, terwijl in het tweede geval de naaf vooraf wordt verhit, of de as afgekoeld. Bij normale temperatuur zit de naaf dan om de as geklemd. Pers en krimpverbindingen kunnen grote momenten overbrengen. Ze vinden toepassing wanneer de verbinding blijvend is, dus niet meer gedemonteerd wordt.

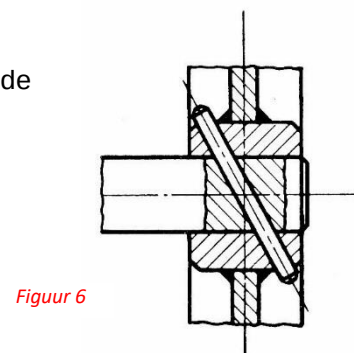


b. Door een speciaal verbindingselement.

Deze verbindingen zijn over het algemeen gemakkelijk demonteerbaar. Enkele van deze verbindingen zijn:

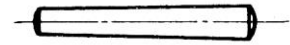
Penverbindingen

De verbinding in fig. 6 is tot stand gebracht met een doorlopende pen. In naaf en as wordt een gat geboord, waarin een klempassende pen wordt geslagen, zie fig. 6.



De conische pen van fig. 6a wordt in een conisch geruimd gat geslagen

Figuur 6a



De kerfpen van fig. 6b kan zonder meer in een geboord gat worden geslagen. Zowel kerfpennen als conische pennen worden meestal vervaardigd van E295(Fe490) of E335(Fe590).

Figuur 6b



De in fig. 6c getekende stift is een z.g. spanbus. Dergelijke stiften zijn vervaardigd van verenstaal. Ook de spanbus kan zonder meer in een geboord gat worden geslagen. Stiftverbindingen kunnen alleen worden toegepast voor het overbrengen van kleine momenten.

Figuur 6c

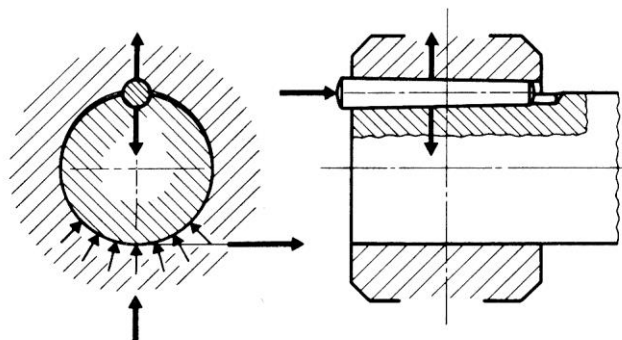


Nb. de kerfpen en spanbus worden dubbelsnedig op afschuiven belast.

Voor de afmetingen van de stiften, en de te boren gaten raadpleeg de normbladen, en tabellenboeken, of <https://www.nen.nl>

De conische pen vindt ook wel toepassing op een manier zoals aangegeven in fig. 7. De pen is hier in een conisch geruimd gat geslagen, dat voor de ene helft in de as en voor de andere helft in de naaf is aangebracht.

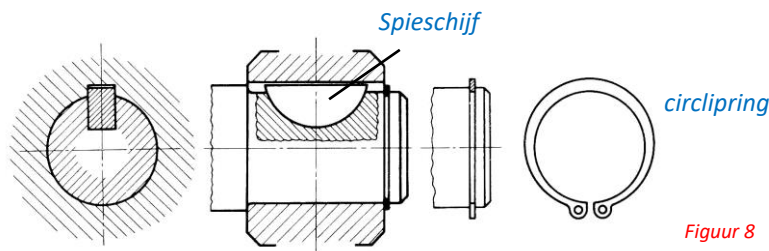
Het boren en ruimen van een dergelijk gat zal moeilijkheden kunnen geven wanneer as en naaf niet van het zelfde materiaal zijn. De verbinding van fig. 7 kan geen grote momenten overbrengen.



Figuur 7

Schijfspieverbinding

In **fig. 8** is de verbinding tot stand gebracht met een schijfspie. Door de schijfvorm stelt deze spie zich gemakkelijk in en geeft hierdoor bij het pasmaken weinig moeilijkheden. Het materiaal waarvan deze spieën worden gemaakt is meestal *E335 (Fe590)*. De schijfspie vindt vaak toepassing in werktuigmachines.

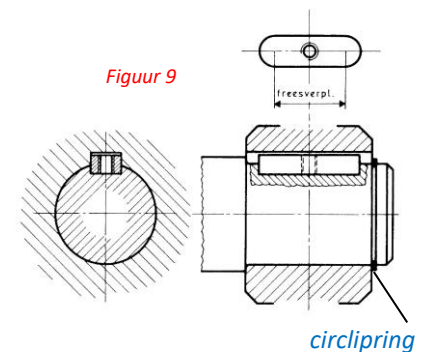


Omdat de spie alleen maar klemt tussen de zijanten van de spiegleuven in as en naaf, moet de naaf tegen axiale verschuiving worden geborgd. In **fig. 8** is deze borging tot stand gebracht met een circlipring. Met een speciale tang kunnen dergelijke verende ringen in een in de as gedraaide groef worden aangebracht. De schijfspieverbinding is geschikt voor het overbrengen van niet al te grote momenten.

Vlakke inlegspie

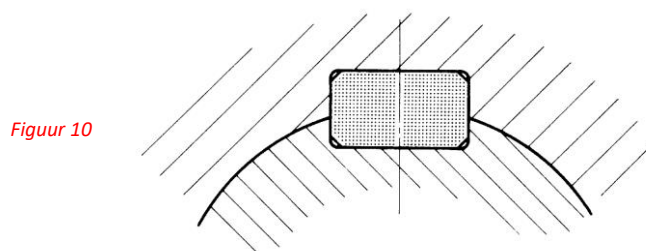
Een van de meest voorkomende spieverbindingen is die van **fig. 9**. Het verbindingselement is hier een vlakke inlegspie. Deze spie past klemmend in een in de as gefreesde en een in de naaf gestoken spiebaan

De spie klemt aan de zijanten van de in de as gefreesde spiebaan, terwijl de spie aan de bovenkant vrij ligt van de naaf, zie **fig. 9**.



Kerfwerking

Om kerfwerking te voorkomen moeten de hoeken van de spiebanen zijn afgerond. De hoeken van de spieën moeten om deze reden worden afgeschuind, zie **fig. 10**. Ook bij een verbinding zoals in **fig. 9** moet de naaf tegen axiale verschuiving worden geborgd. Deze borging kan tot stand worden gebracht met een circlipring, zoals afgebeeld in **fig. 8**



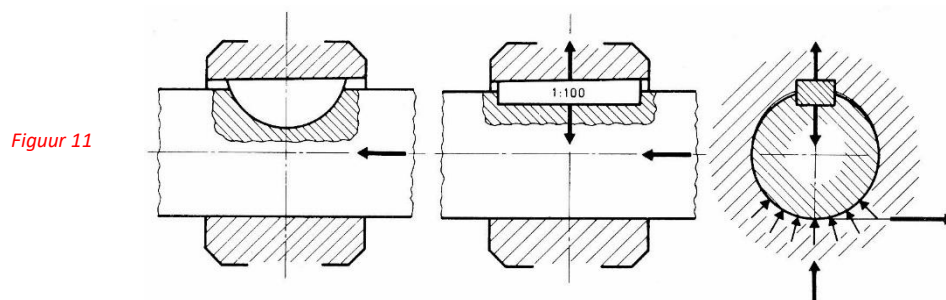
Tapse inlegspieën en drijfspieën

De verbindingen in **fig. 11** zijn respectievelijk tot stand gebracht met een schijfspie en een tapse inlegspie. Deze verbindingen verschillen in zoverre van die van **fig. 8** en **fig. 9** dat hier vooral de boven en onderkant van de spieën klemt in het spiegelat.

De as moet bij deze verbinding in het naafgat worden geperst of geslagen. De bedoeling is dat het draaimoment door de tussen as en naaf opgewekte wrijving wordt overgebracht.

Borging tegen axiale verschuiving is bij deze verbindingen niet nodig.

Een nadeel van verbindingen volgens **fig. 11** is, dat de tapse spie er oorzaak van kan zijn, dat het hart van de naaf buiten het hart van de as wordt gedrukt. Deze verbindingen zijn dan ook ongeschikt voor zuiver werk.



Figuur 11

Hetzelfde nadeel heeft de spieverbinding, zoals afgebeeld in **fig. 12**. De hier gebruikte spie is een tapse drijfspie met kop.

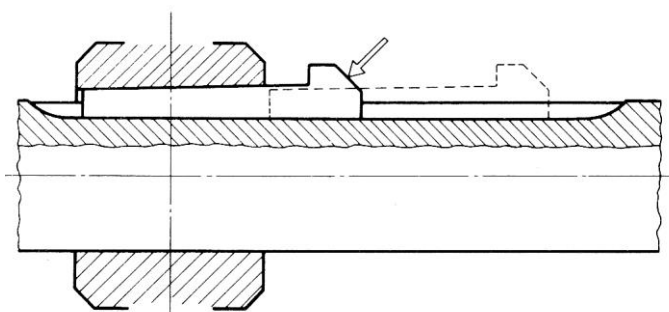
De naaf wordt hier over de as geschoven waarna de tapse drijfspie spie er wordt ingeslagen.

Om de spie te kunnen aanbrengen, moet de spiebaan in de as extra lang worden uitgevoerd, zie **fig. 12**. De uitstekende spiekop kan bij draaiende as gevaar op leveren voor het bedienend personeel en moet daarom goed worden afgeschermd.

In sommige gevallen wordt de kop na inslaan van de spie verwijderd, of worden drijfspieën toegepast zonder kop toegepast.

Inlegspieën en drijfspieën worden meestal vervaardigd van E295(Fe490).

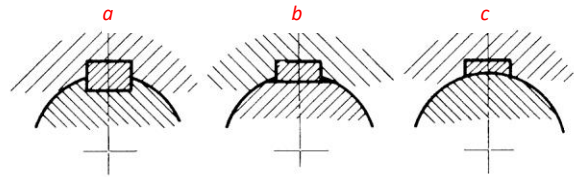
Voor de afmetingen raadpleeg de normbladen, en tabellenboeken, of <https://www.nen.nl>



Figuur 12

De spiebaan geeft een vrij ernstige eenzijdige verzwakking van de as, zie fig. 13a

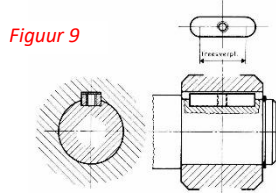
Twee andere uitvoeringsmogelijkheden waarbij, bij toepassing van drijfspieën, een geringere of in het geheel geen asverzwakking optreedt zijn aangegeven in fig. 13b en 13c.



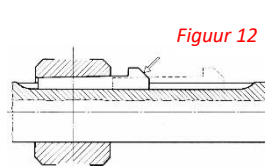
Figuur 13

alleen mogelijk bij gebruik van tapse drijfspie

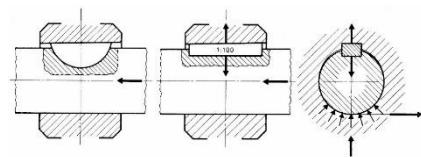
De verbindingen van fig. 9, 12 en 11 zijn geschikt voor het overbrengen van middelgrote en grote momenten.



Figuur 9



Figuur 12



Figuur 11

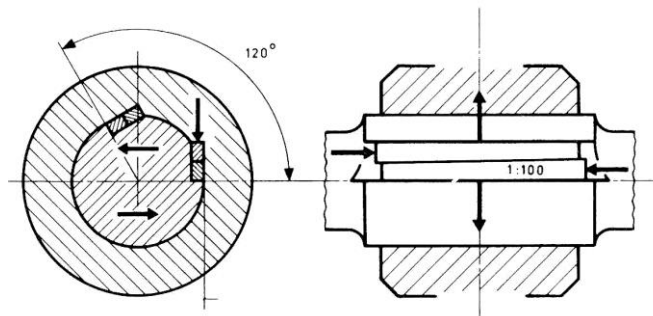
Tangentialspieën

Voor bevestigingen die worden blootgesteld aan zware stoten, veranderlijke draairichtingen en zeer grote momenten, wordt de verbinding van fig. 14 toegepast.

Als spieën zijn hier z.g. tangentialspieën toegepast.

Onder 120° worden spiebanen aangebracht, in elk waarvan, tegen elkaar in, twee tapse spieën worden gedreven. De helling van deze spieën is 1:100, zie fig. 14.

Het spie materiaal is meestal E295(Fe490). Een nadeel van een tangential spieverbinding is, dat ook hier de kans bestaat dat het hart van de naaf uit het hart van de as wordt gedrukt.

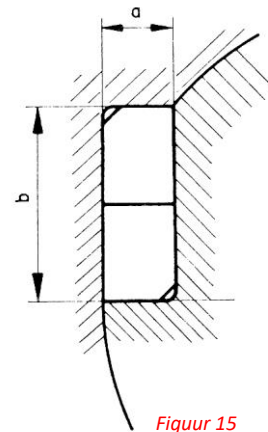


Figuur 14

Voor spieafmetingen zie onderstaande tabel 1 en fig. 15.

Tabel 1

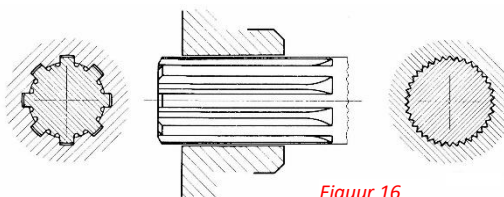
as diameter in mm	a in mm	b in mm
60	7	19,3
70	7	21
80	8	24
90	8	25,6
100	9	28,6
110	9	30,1
120	10	33,2
130	10	34,6
140	11	37,7
150	11	39,1
160	12	42,1
170	12	43,5
180	12	44,9
190	14	49,6
200	14	51
210	14	52,4
220	16	57,1
230	16	58,5
240	16	59,9
250	18	64,6
260	18	66,0
270	18	67,4
280	20	72,4
290	20	73,5
300	20	74,8



Figuur 15

Tandverbinding

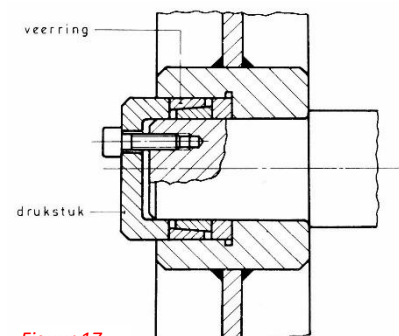
Verbindingen als in fig. 16 hebben niet het nadeel dat het hart van de naaf uit het hart van de as wordt gedrukt. As en naaf zijn hier voorzien van een vertanding. Deze verbindingen vinden veel toepassing in de automobiël industrie.



Figuur 16

Veerringverbinding

Een verbinding welke niet het nadeel heeft de as te verzwakken is afgebeeld in fig. 17. Twee conische, in elkaar passende veerringen worden met een door bouten aangezet drukstuk klemgedrukt tussen as en naaf. Het moment wordt overgebracht door de hierdoor opgewekte wrijving. Na losnemen van het drukstuk kan het wiel zonder meer van de as worden geschoven. Deze verbinding is zowel geschikt voor het overbrengen van kleine als van zeer grote momenten.

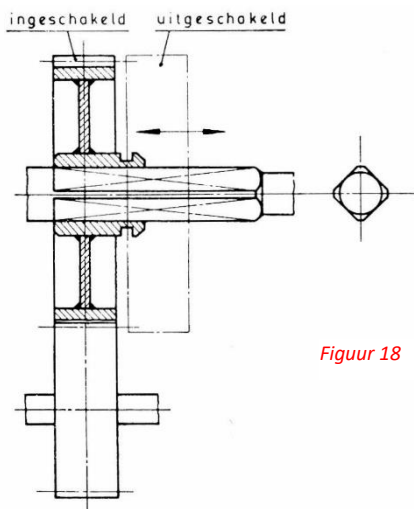


Figuur 17

Verschuifbare naven

Het tandwiel in **fig. 18** moet axiaal kunnen worden verschoven, of te wel in en uit geschakeld kunnen worden. De as is hiertoe plaatselijk vierkant uitgevoerd, terwijl in het tandwiel en naaf een vierkant gat is gestoken. Op deze manier wordt een groot draagvlak tussen as en naaf verkregen en kan een groot moment worden overgebracht, zonder dat speling tussen as en naaf ontstaat. De verbinding van **fig. 18** leent zich eveneens bijzonder goed voor onderdelen die axiaal verschuifbaar moeten zijn.

Het vervaardigen van een dergelijke verbinding is echter nogal kostbaar.



Figuur 18

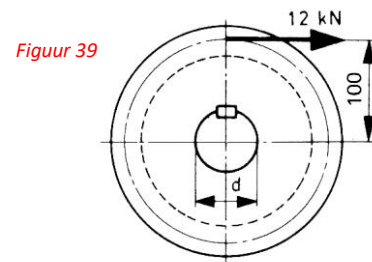
Spieberekeningen

Voorbeeld 1

Geg: Een stalen rondsel, zie fig. 19 is met een vlakke inlegspie op een as bevestigd.
Het as materiaal is S275(Fe430).

- Gevr:
- De as diameter als $\tau_w = 30 \text{ N/mm}^2$.
 - De kracht op de spie.
 - De spieafmetingen.
 - De naaflengte.

- Opl:
- De as diameter als $\bar{\tau}_w = 30 \text{ N/mm}^2$.



De as moet een wringend moment opnemen van:

$$M_w = F \cdot r \Rightarrow$$

$$M_w = 12 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 100 \text{ mm} \Rightarrow$$

$$M_w = \underline{1200 \cdot 10^3 \text{ Nmm}} = \underline{1200 \text{ Nm}}$$

$$M_w = W_w \cdot \bar{\tau}_w$$

$$1200 \cdot 10^3 \text{ Nmm} = \frac{\pi}{16} d^3 \cdot 30 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{1200 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot 16}{\pi \cdot 30}} \Rightarrow$$

$$d = \underline{\underline{58,8 \text{ mm}}} = \underline{\underline{60 \text{ mm}}}$$

De as wordt door de kracht van 12kN niet alleen op wringen, maar ook op buigen belast. Hierop wordt later teruggekomen.

De asverzwakking door de spiebaan wordt hier ook verwaarloosd.

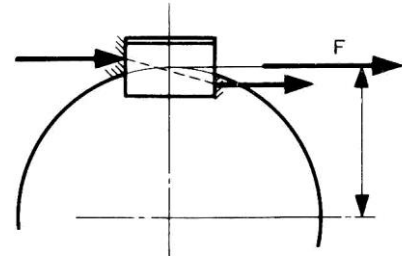
- b. De kracht op de spie.

De kracht F wordt in werkelijkheid van de naaf op de as overgedragen, zoals is aangegeven in fig. 20.

Hoewel het niet helemaal juist, wordt gerekend dat de kracht op de spie gelijk is aan de omtrek van de as, zie fig. 20

Deze kracht is gelijk aan:

Figuur 40



$$M_w = F \cdot r \Rightarrow$$

$$M_w = 12 \cdot 10^3 N \cdot 100 mm = F \cdot 30 mm \Rightarrow$$

$$F = \frac{12 \cdot 10^3 N \cdot 100 mm}{30 mm} \Rightarrow$$

$$F = \underline{\underline{40 kN}}$$

$$M_w = \underline{\underline{1200 \cdot 10^3 Nmm}} = \underline{\underline{1200 Nm}}$$

OF

$$F_{ronsel} \cdot r_{ronsel} = F_{spie} \cdot r_{as} \Rightarrow$$

$$1200 N \cdot 100 mm = F \cdot 30 mm \Rightarrow$$

$$F = \frac{12000 N \cdot 100 mm}{30 mm} \Rightarrow$$

$$F = \underline{\underline{40 kN}}$$

- c. De spieafmetingen.

Voor de afmetingen raadpleeg de normbladen, en tabellenboeken, of <https://www.nen.nl>

In de tabellenboeken vinden we voor de spie afmetingen:

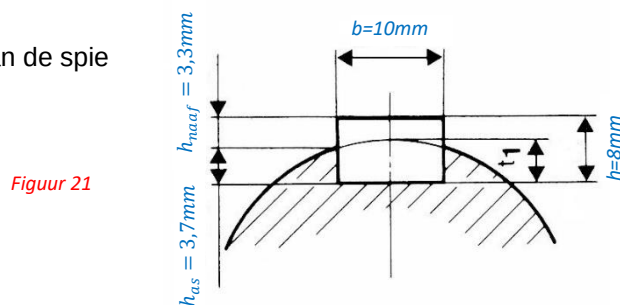
d_{as} 30 ... 38mm spiebreedte 10mm en een spiehoogte van 8mm.

Draagende hoogte h_{as} 3,7mm.

Draagende hoogte h_{naaf} 3,3mm.

Lengte spie l 22 ... 110mm.

In fig. 21 zijn de gegevens van de spie weergegeven.



- d. De naaflengte.

In dit voorbeeld houden we echter aan dat $h_{as} = h_{naaf} = 3,7mm$.

De waarde van de drukkrachten tussen de vlakken van spie en spiebannen in as en naaf is maatgevend voor de lengte van spie en naaf.

De toelaatbare kracht per mm^2 tussen deze vlakken wordt aangeduid met $\bar{\sigma}_o$ en mag niet meer bedragen dan:

Bij staal op staal $125N/mm^2$.

Bij staal op gietijzer $75N/mm^2$.

In dit geval moet de kracht F tussen spie en naaf worden opgenomen door het in fig. 22 getekende vlakje.

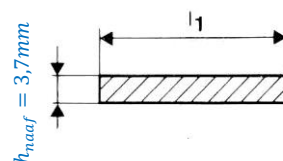
De naaflengte moet dus ten minste gelijk zijn aan l_1 , zie fig. 22

Het benodigde oppervlak is gelijk aan:

$$\bar{\sigma}_o = \frac{F}{A_1} \Rightarrow$$

$$A_1 = \frac{40 \cdot 10^3 N}{125 N/mm^2} \Rightarrow$$

$$A_1 = \underline{320mm^2}$$



Figuur 22

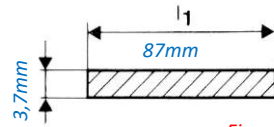
Voor de oppervlakte van een rechthoek geldt:

$$A_1 = h_{naaf} \cdot l_1 \Rightarrow$$

$$320\text{mm} = 3,7\text{mm} \cdot l_1 \Rightarrow$$

$$l_1 = \frac{320\text{mm}^2}{3,7\text{mm}} \Rightarrow$$

$$l_1 = \underline{\underline{86,5}} = \underline{\underline{87\text{mm}}}$$



Figuur 22

De kracht F tussen spie en as moet worden opgenomen door het vlakje van fig.23.

De lengte van het aanrakingsvlak tussen spie en as moet dus ten minste gelijk zijn aan l_2 .

Het benodigde oppervlak is gelijk aan:

$$\bar{\sigma}_o = \frac{F}{A_2} \Rightarrow$$

$$A_2 = \frac{40 \cdot 10^3\text{N}}{125\text{N/mm}^2} \Rightarrow$$

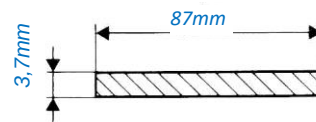
$$A_2 = \underline{\underline{320\text{mm}^2}}$$

$$A_2 = h_{naaf} \cdot l_2 \Rightarrow$$

$$320\text{mm}^2 = 3,7\text{mm} \cdot l_2 \Rightarrow$$

$$l_2 = \frac{320\text{mm}^2}{3,7\text{mm}} \Rightarrow$$

$$l_2 = \underline{\underline{86,5}} = \underline{\underline{87\text{mm}}}$$

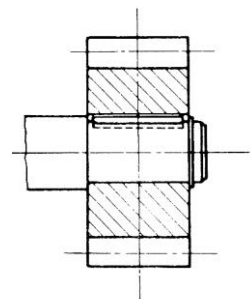


Figuur 23

Houden we een naaflengte aan van 87mm en een normale spielengte, zie de normbladen van 90mm dan steekt de spie buiten de naaf.

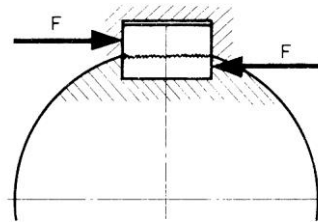
In vele gevallen is dit uit constructief oogpunt niet uitvoerbaar en zal de naaflengte minstens gelijk of groter gemaakt moeten worden dan de spielengte.

In dat geval wordt de naaflengte dus tenminste 90mm , zie fig. 24.



Figuur 24

De spiedoorsnede wordt bovendien ook nog op afschuiven belast. De optredende schuifspanningen zijn echter in normale gevallen zo laag, dat berekening ervan overbodig is, zie fig. 25.



Figuur 25

A.F.

Voorbeeld 2

Geg: Een koppeling Van GG195 is met een vlakke inleg spie bevestigd op een as van S275(Fe430).
De koppeling moet bij $n = 180 \text{ omw/min}$ en vermogen overbrengen van 45 kW .

- Gevr: a. De as diameter als $\tau_w = 30 \text{ N/mm}^2$.
b. De kracht op de spie.
c. De spieafmetingen.
d. De naaflengte en de spielengte.

- Opl: a. De as diameter als $\tau_w = 30 \text{ N/mm}^2$.

De as moet een wringend moment opnemen van:

$$M_w = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n} \Rightarrow$$

$$M_w = \frac{45 \cdot 10^3 \text{ Nm/s} \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 180} \Rightarrow$$

$$M_w = \underline{2387,3 \text{ Nm}} = \underline{2387,3 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}$$

$$M_w = W_w \cdot \bar{\tau}_w$$

$$2387,3 \cdot 10^3 \text{ Nmm} = \frac{\pi}{16} d^3 \cdot 30 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{2387,3 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot 16}{\pi \cdot 30}} \Rightarrow$$

$$d = \underline{74 \text{ mm}}$$

Voor de diameter nemen we 75 mm .

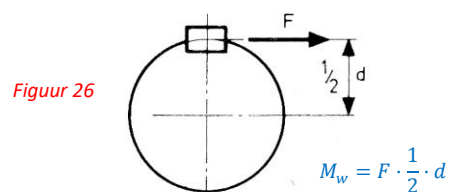
- b. De kracht op de spie.

De kracht op de spie is gelijk aan:

$$M_w = F \cdot \frac{1}{2} \cdot d \Rightarrow \text{(zie fig. 26)}$$

$$F = \frac{2387,3 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot 2}{75} \Rightarrow$$

$$F = \underline{63661,3 \text{ N}} = \underline{63,7 \text{ kN}}$$



- c. De spieafmetingen.

Voor de afmetingen raadpleeg de normbladen, en tabellenboeken, of <https://www.nen.nl>

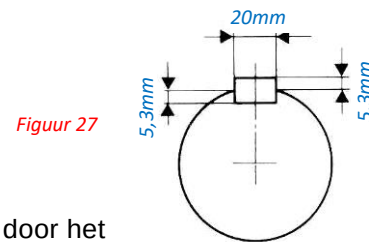
In de tabellenboeken, en zie fig. 27 vinden we voor de spie afmetingen:

d_{as} 65 ... 75mm spiebreedte 20mm en een spiehoogte van 12mm.

Draagende hoogte h_{as} 5,3mm.

Draagende hoogte h_{naaf} 5,3mm.

Lenge spie l 56 ... 220mm.



Figuur 27

- d. De naaflengte en de spielengte.

De kracht tussen spie en naaf wordt opgenomen door het in fig. 28 getekende vlakje.

Het benodigde oppervlak is:

$$\bar{\sigma}_o = \frac{F}{A_1} \Rightarrow$$

$$A_1 = \frac{63,7 \cdot 10^3 N}{75 N/mm^2} \Rightarrow$$

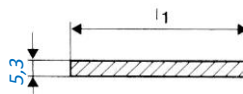
$$A_1 = \underline{849,3 mm^2}$$

$$A_1 = h_{naaf} \cdot l_1 \Rightarrow$$

$$849,3 mm^2 = 5,3 mm \cdot l_1 \Rightarrow$$

$$l_1 = \frac{849,3 mm^2}{5,3 mm} \Rightarrow$$

$$l_1 = \underline{\underline{160,3}} = \underline{\underline{161 mm}}$$



Figuur 28

De kracht tussen spie en as wordt opgenomen door het in fig. 29.getekende vlakje

Het benodigde oppervlak is:

$$\bar{\sigma}_o = \frac{F}{A_2} \Rightarrow$$

$$A_2 = \frac{63,7 \cdot 10^3 N}{125 N/mm^2} \Rightarrow$$

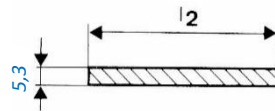
$$A_2 = \underline{509,6 mm^2}$$

$$A_2 = h_{as} \cdot l_2 \Rightarrow$$

$$509,6 mm^2 = 5,3 mm \cdot l_2 \Rightarrow$$

$$l_2 = \frac{509,6 mm^2}{5,3 mm} \Rightarrow$$

$$l_2 = \underline{\underline{96,2}} = \underline{\underline{97 mm}}$$



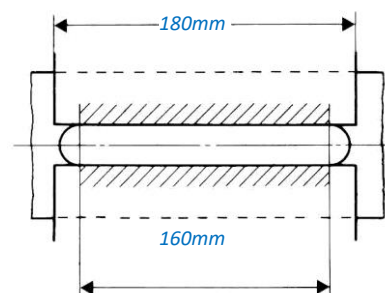
Figuur 29

Omdat de spie over de berekende naaflengte van 161mm moet dragen, moet de spielengte ten minste gelijk zijn aan de naaflengte.

We nemen een normale spielengte van 180mm, zie de normbladen en of tabellenboeken en een naaflengte van 180mm.

Vanwege de afgeronde spieëinden is de dragende lengte van de spie:

$180 - 20 = 160 mm$ zie fig. 30.



Figuur 30

Voorbeeld 3

Geg: Een tandwiel van $G18NiMoCr\ 3 - 6$, met veranderlijke draairichting, is met tangenciaalspieën bevestigd op een as.
Het materiaal van de as is van $E295\ (Fe490)$.
Het vermogen dat moet worden overgebracht is $60kW, n = 80omw/min$.
Het materiaal van de spie is $E335\ (Fe590)$.

- Gevr: a. De as diameter als $\tau_w = 20N/mm^2$.
b. De kracht op de spie.
c. De naaflengte en de spielengte.

- Opl: a. De as diameter als $\tau_w = 20N/mm^2$.

Het moment dat moet worden overgebracht is:

$$M_w = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n} \Rightarrow$$

$$M_w = \frac{60 \cdot 10^3 Nm/s \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 80} \Rightarrow$$

$$M_w = 7161,9Nm = 7161,9 \cdot 10^3 Nmm$$

$$M_w = W_w \cdot \bar{\tau}_w$$

$$7161,9 \cdot 10^3 Nmm = \frac{\pi}{16} d^3 \cdot 20N/mm^2 \Rightarrow$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{7161,9 \cdot 10^3 Nmm \cdot 16}{\pi \cdot 20}} \Rightarrow$$

$$d = \underline{\underline{122,2mm}} = \underline{\underline{122mm}}$$

Uit nebenstaand tabel is af te lezen dat de spiedikte:

$a = 10mm$ en de spiehoogte

$b = 34,6mm$.

Tabel spieafmetingen

as diameter in mm	a in mm	b in mm
60	7	19,3
70	7	21
80	8	24
90	8	25,6
100	9	28,6
110	9	30,1
120	10	33,2
130	10	34,6
140	11	37,7
150	11	39,1
160	12	42,1
170	12	43,5
180	12	44,9
190	14	49,6
200	14	51
210	14	52,4
220	16	57,1
230	16	58,5
240	16	59,9
250	18	64,6
260	18	66,0
270	18	67,4
280	20	72,4
290	20	73,5
300	20	74,8

In fig. 31 zijn de spiematen en de ligging van de spieën aangegeven.

- b. De kracht op de spie.

Bij een bepaalde draairichting wordt de belasting opgenomen door slechts één stel spieën, zie fig. 31

De kracht hierop is:

$$M_w = F \cdot r \Rightarrow$$

$$7161,9 \cdot 10^3 \text{ Nmm} = F \cdot (61 - 5) \Rightarrow$$

$$F = \frac{7161,9 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{56 \text{ mm}} \Rightarrow$$

$$F = \underline{\underline{127891 \text{ N}}} = \underline{\underline{128 \text{ kN}}}$$

- c. De naaflengte en de spielengte.
Neem voor $\bar{\sigma}_o = 100 \text{ N/mm}^2$.

De kracht tussen spie en de naaf moet worden opgenomen door het vlakje zoals afgebeeld in fig. 32.

$$\bar{\sigma}_o = \frac{F}{A_1} \Rightarrow$$

$$A_2 = \frac{128 \cdot 10^3 \text{ N}}{100 \text{ N/mm}^2} \Rightarrow$$

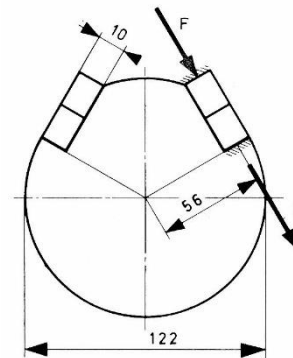
$$A_2 = \underline{\underline{1280 \text{ mm}^2}}$$

$$A_1 = a_{\text{spie}} \cdot l_1 \Rightarrow$$

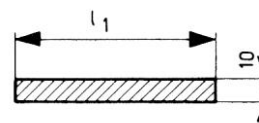
$$509,6 \text{ mm}^2 = 10 \text{ mm} \cdot l_1 \Rightarrow$$

$$l_1 = \frac{1280 \text{ mm}^2}{10 \text{ mm}} \Rightarrow$$

$$l_1 = \underline{\underline{128 \text{ mm}}} = \underline{\underline{130 \text{ mm}}}$$



Figuur 31



Figuur 32

De kracht tussen spie en de as moet worden opgenomen door het vlakje zoals afgebeeld in fig. 33.

$$\bar{\sigma}_o = \frac{F}{A_2} \Rightarrow$$

$$A_2 = \frac{128 \cdot 10^3 N}{100 N/mm^2} \Rightarrow$$

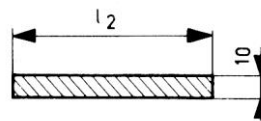
$$A_2 = \underline{1280 mm^2}$$

$$A_2 = a_{spie} \cdot l_2 \Rightarrow$$

$$509,6 mm^2 = 10 mm \cdot l_2 \Rightarrow$$

$$l_2 = \frac{1280 mm^2}{10 mm} \Rightarrow$$

$$l_2 = \underline{\underline{128 mm}} = \underline{\underline{130 mm}}$$



Figuur 33

Voor de naaflengte wordt $130 mm$ en voor de spielengte wordt $150 mm$ genomen.

De door het aanslaan van de spieën veroorzaakte kracht is in bovenstaande berekening verwaarloosd.

Opgaven

1. Geg: Aan de omtrek van een tandwiel werkt op een straal van 250mm een kracht van 6kN .
Het tandwiel maakt 100 omw/min .

Gevr: Bereken het vermogen dat wordt overgebracht.
2. Geg: Aan de omtrek van een tandwiel werkt een kracht van 3kN .
De omtreksnelheid is 2m/s .

Gevr: Bereken het vermogen dat wordt overgebracht.
3. Geg: Een koppeling van $GG\ 195$ is met een vlakke inlegspie bevestigd op een as van $S275\ (Fe\ 430)$.
Het vermogen dat bij 300 omw/min moet worden overgebracht is 75kW .

Gevr: a. De asdiameter als $\bar{\tau}_w = 28\text{N/mm}^2$.
b. De kracht op de spie.
c. De spielengte en de naaflengte.
4. Geg: Een rondsel van $E295\ (Fe\ 490)$ is met een inlegspie bevestigd op een as van $S275\ (Fe\ 430)$.
Het over te brengen vermogen is 55kW bij 250 omw/min .
De asdiameter is 70mm .
De naaflengte is 110mm en de spielengte 105mm .

Gevr: a. De in de as optredende wringspanning.
b. De kracht op de spie.
c. De optredende vlaktedruk tussen spie en rondsel.
d. De optredende vlaktedruk tussen spie en as.
5. Geg: Een riemschijf van $GG\ 195$ is met een vlakke inlegspie bevestigd op een as van $S275\ (Fe\ 430)$.
Overgebracht moet worden een vermogen van 40kW bij 100 omw/min .

Gevr: a. de asdiameter als $\bar{\tau}_w = 28\text{N/mm}^2$.
b. De kracht op de spie.
c. de spielengte en de naaflengte.

6. Geg: Een tandwiel van een baggerwerktuig moet een vermogen overbrengen van 110kW bij 10 omw/min .
Het tandwiel is van GST 440 en is met tangentialspieën bevestigd.
De draairichting is veranderlijk.
De as is van E295 (Fe 490), en $\bar{\sigma}_o = 100\text{N/mm}^2$.

- Gevr:
- a. De asdiameter als $\bar{\tau}_w = 20\text{N/mm}^2$.
 - b. De kracht op de spieën.
 - c. De naaflengte.
 - d. de spielengte.

A.F.